UNIVERSITÉ HASSAN-II -CASA-MOHAMMEDIA
Faculté des Sciences et Techniques
Mohammedia

Département de Mathématiques **A.U:2014/2015**

Premier partiel du 11.11.2014: durée 2 h

Exercice 0.1
*(**1+1+1=3** pts)*

Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\ \ (x,y) \to f(x,y)$.
et soit $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *définie par:* $g(u,v,w) = \sin\big(f(v^2,u.w) - e^v\big)$.
Calculer les dérivées partielles premières de g *au moyen de celles de* f.

Exercice 0.2
*(**4.5 pts**).*

soit f *la fonction de trois variables définie par:*

$$\begin{cases} f(x,y) = (x^2 - y^2)\sin\left(\dfrac{x}{x-y}\right), & si\ \ x \neq y \\ f(x,y) = 0, & si\ \ x = y \end{cases}$$

1. *Donner* D_f *le domaine de définition de* f *et étudier la continuité au point* (a,a) *pour* $a \in \mathbb{R}$. *(0.5+1 pts)*
2. *Calculer les dérivées partielles premières par rapport à* x *et* y *en tout point* (x,y) *pour* $x \neq y$ *de* $\mathbb{R}^2$. *(0.5+0.5 pts)*
3. *Calculer les dérivées partielles premières par rapport à* x *et* y *en tout point* (a,a) *pour* $a \in \mathbb{R}^*$. *(0.5+0.5 pts)*
4. *Étudier la différentiabilité de* f *en* $(0,0)$. *(1 pts)*

Exercice 0.3
*(**2+2 pts**).*

1. $I_1 = \displaystyle\iint_{D_1} \frac{xe^{2y}}{4-y}dxdy$, *où* $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$.
2. $I_2 = \displaystyle\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2)dydxdz$, *où* Ω *set le domaine de* $\mathbb{R}^3$ *limité par les paraboloides* $z = 8 - x^2 - y^2$ *et* $z = x^2 + y^2$

Exercice 0.4
*(**3.5 pts**)*

Soit la fonction $f(x,y) = x^2 + y^2 - e^{2\arctan(y/x)}$.

1. *Montrer que l'équation* $f(x,y) = 0$ *définit, au voisinage de* $x = 1$, *une fonction implicite* $y = \phi(x)$.*(1 pts)*
2. *Calculer la dérivée de* ϕ. *(0.5 pts)*
3. *Donner le développement limité à l'ordre de 3 de* ϕ *en 1.* *(2 pts)*

<u>Exercice</u> 0.5
(5 pts).

Soit f la fonction donnée par: $f(x,y) = x\ln(x) + y\ln(y) + (3-x-y)\ln(3-x-y)$.

1. *Donner D_f le domaine de définition de f.* *(0.5 pts)*
2. *Démontrer que f est de classe $\mathcal{C}^2$ sur D_f et expliciter les dérivées partielles de f d'ordre 1 et d'ordre 2 en tout point (x,y) de D_f .* *(2 pts)*
3. *Déterminer les points critiques de f et étudier les extrema locaux éventuels de f.* *(1.5 pts)*
4. *Soient les applications f et h données par:* $\begin{cases} g(x,y,z) = xln(x) + y\ln(y) + z\ln z \\ h(x,y,z) = x+y+z-3. \end{cases}$

   Étudier les extremums locaux liés de g par la contrainte $h(x,y,z) = 0$? *(0.5 pts)*

`Groupe: M.HARFAOUI- S. SAJID`